

配水池の二次元フレーム・ばねモデルの三次元効果の一手法

(頂版、底版、側壁の直ばね)

(株)日本水道設計社 ○榎 信昭
山崎一義

矩形の RC 造配水池等の設計時の構造解析計算に二次元フレーム・ばねモデルがよく用いられている。ここでは、同モデルに平行な側壁等の三次元効果に加えて、二次元フレームに直交する頂版、底版、側壁の三次元効果として構造の剛体変位を考慮した直ばねを用いた簡易な方法を提案し、その計算例を示した。

Key Words : 配水池、二次元フレーム・ばねモデル、三次元効果、直ばね、剛体変位

1. 緒言

矩形の RC (鉄筋コンクリート) 造配水池等 (以下、配水池等という。) の設計時の構造解析計算において、構造を二次元フレームに、地盤や杭基礎の杭をばねに置き換えたモデルがよく用いられている。ここでは、二次元フレームモデル (以下、フレームモデルという。) に平行な側壁、耐震壁や隔壁等 (以下、側壁等という。) の三次元効果¹⁾に加えて、フレームモデルに直交する頂版、底版、側壁 (以下、頂版等という。) の面外直交方向の曲げ抵抗の三次元効果を表す、構造躯体の剛体変位を考慮した直ばねを用いた簡易な方法を提案し、その計算例を示す。ここでのフレームモデルに直行する頂版等の曲げ抵抗を表す直ばねはフレームモデルに平行な側壁等の三次元効果¹⁾には考慮されていないものであるから、ここでの直ばねを考慮することにより三次元効果をより向上させることができる。

ここでの直ばねとせん断ばね¹⁾の三次元効果を表す他の方法として「仮想妻壁」²⁾がある。「仮想妻壁」²⁾はその剛性を求めるために事前に静的三次元解析が必要であり、また、その「仮想妻壁」²⁾は実際にはない壁部材が側壁間および頂版と底版に結合しており、その壁部材を介してこれら側壁等が直接相互にその応答に影響しあう懸念がある。ここでの直ばねはその懸念がなく、事前の解析も不要で簡易に求めることができるものである。

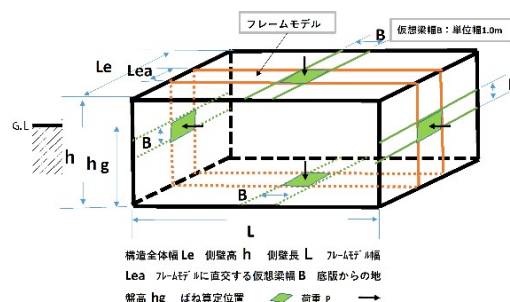
2. 三次元効果を表す直ばね

(1) 曲げ抵抗ばね

フレームモデルの頂版部、底版部、側壁部において、フレームモデルに直交する頂版、底版、側壁 (以下、頂版等という。) の面外方向の曲げの抵抗効果は、頂版等に、フレームモデルに直行する単位幅 (1.0m) の梁を仮に想定して (図一1)、その仮想梁 (以下、梁という。) とフレームモデルとの交差部の荷重と変位の関係から求まるばねにより考慮する。

このばね値を求めるとき、ここでは、梁に作用する荷重状態は、実際の荷重状態に近いと考えられる等分布荷重とする。

梁の側壁と接続する支持位置では回転があるので、その支持条件は固定支持とピン（ヒンジ）支持の間の状態にあるものと考えられる。その程度に従って、ばね値は諸条件を考慮して両支持条件のばね値から内挿して求めるものとする。梁の変位（たわみ） U （m）は、等分布荷重（梁軸直角方向） p （KN/m）、梁のどちらかの端からの距離 x （m）、長さ Le （m）、梁幅 B



図—1 フレームモデルと仮想梁の凡例

（単位幅 $B=1.0$ ）（m）、梁の断面二次モーメント I （ m^4 ）、ヤング係数 E （ KN/m^2 ）とすると、弾性梁の理論解³⁾から次の式で表される。

$$\text{両端固定支持} : U = (p Le^4 / 24EI) \times ((x / Le)^2 - 2(x / Le)^3 + (x / Le)^4) = p Rf$$

$$\text{両端ピン支持} : U = (p Le^4 / 24EI) \times ((x / Le) - 2(x / Le)^3 + (x / Le)^4) = p Rh$$

梁の断面二次モーメント I は単位幅 $B=1.0m$ の値を用いて求める。フレームモデル幅 $Lea=1.0m$ のとき、荷重は $P=p \times$ （梁の単位幅 $B=1.0m$ ） \times （ $Lea=1.0m$ ）であり、このとき、フレームモデル位置の梁の等価なばね Kb は、 $Kb=P/U=1/Rf$ あるいは $1/Rh$ となる。フレームモデルの幅が $Lea \neq 1.0m$ のとき、荷重は $P=p \times$ （梁幅 $B=1.0$ ） \times （フレームモデル幅 Lea ） $= p \times Lea$ となる。このとき、 $Kb = (P = p Lea) / U = (p / U) \times Lea = (1/Rf) \times Lea$ あるいは $(1/Rh) \times Lea$ となる。すなわち、 $Kb = (P = p Lea) / U = Lea / Rf$ あるいは Lea / Rh となる。

このばね Kb はフレームモデルの単位長さ当たり（すなわち梁の単位幅 $B=1.0m$ ）のばねであるから、フレームモデルに等分布支点ばねとしてセットする。梁の支持条件は固定支持（回転なし）とピン支持（回転あり）の間の状態にあると考えられ、 $Kb = a \times Kb$ （固定支持） $+ b \times Kb$ （ピン支持）： $a+b=1.0$ （ $b=0$ ；固定支持、 $a=0$ ；ピン支持）としてセットすればよい。

両端ピン支持のときは、変位 U は最も大きくなる。すなわち、ばね Kb は最も小さくなり、安全側の応答を与える。また、頂版等は板構造であり、二次元的な広がりがあるが、これを単位幅の梁の集合で置き換えているから、変位 U は板構造より大きくなる。すなわち、ばね値は小さくなり安全側の応答を与える。このように、近似に当たっては、安全側に近似し、危険側にならないように留意している。

ばね Kb は、杭基礎あるいは直接基礎で支持地盤が堅固あるいは外壁部の地盤が堅固で、構造の鉛直方向あるいは水平方向の剛体変位が工学的に無視できるときは、そのまま支点分布ばねとして用いることができる。なお、支配的な集中荷重などがある荷重状態では、弾性梁の理論解の等分布荷重のほか、集中荷重などの場合の変位と荷重の関係式なども併せて用いればよい。また、頂版においては、ばね Kb は梁を含む固定門型ラーメンの梁部に

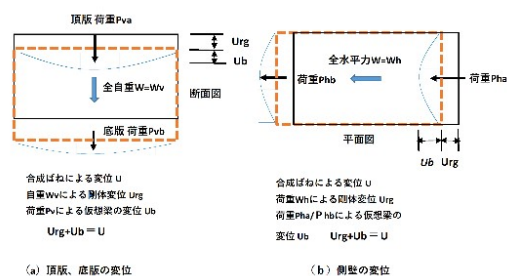
等分布荷重を載荷した時の、フレームモデルとの交差部の変位（たわみ）と梁とフレームモデル交差部の荷重の関係から求めることもできる。

(2) 構造の剛体変位を考慮した合成直ばね（構造の剛体変位が無視できないとき）

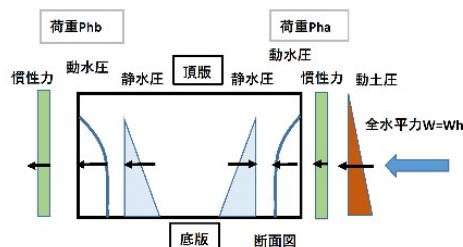
配水池構造の内容水を含む全自重あるいは全水平荷重を W (KN)、外壁及び底版と接する地盤のばねまたは杭基礎の杭のばねからなるばねを K_g (KN/m) とすると、構造の剛体変位 U_{rg} は、 $U_{rg}=W/K_g$ である。フレームモデルの梁部に作用する荷重 P は $P=p \times 1.0m \times Le_a$ であるから、剛体変位を考慮しない梁部の変位 U_b は、 $U_b=P/K_b$ である。構造の剛体変位を考慮した合成直ばねを K とすると合成直ばねにおける変位 U は $U=P/K$ である。構造の剛体変位と梁の変位の和は合成ばねにおける変位と等しい（図—2）。すなわち、 $U_{rg}+U_b=U$ つまり $W/K_g+P/K_b=P/K$ である。この式から合成直ばねは次のようにして導かれる。 $P((W/P)/K_g+1/K_b)=P/K$ 、 $P((W/P)/K_g+1/K_b-1/K)=0$ 、 $P \neq 0$ であるから、 $(W/P)/K_g+1/K_b-1/K=0$ 、 $(W/P)/K_g+1/K_b=1/K$ 、 $((W/P) \times K_b+K_g)/(K_g \times K_b)=1/K$ 、これから合成直ばね K は、 $K=(K_g \times K_b)/((W/P) \times K_b+K_g)$ となる。ここで W/P は構造の全自重あるいは全水平荷重と梁のフレームモデルとの交差部の荷重の比である。

または、 $U=U_{rg} (=W/K_g) +U_b (=P/K_b)$ を数値で求めれば、 $U=P/K$ から $K=P/U$ として求められる。

頂版部、底版部においては（図—2 (a)）、 W は $W=W_v$ 、すなわち、配水池構造の内容水を含む全自重 (W_v) である。地盤等のばね K_g は、 $K_g=K_{gv}$ 、すなわち、外壁に接する地盤の全せん断ばねと底版の全直ばね／杭基礎の杭の全鉛直ばねの合計 (K_{gv}) である。はりに作用する荷重 $P (=p \times 1.0m \times Le_a)$ は $P=P_{va}$ 、すなわち、梁の自重と上載荷重（頂版）／梁の自重と静水圧（底版）の合計 (P_{vb}) である地震荷重が水平に作用する場合、側壁部においては（図—2 (b)）、 W は $W=Wh$ 、すなわち、配水池構造躯体の全水平慣性力、全動土圧と全動水圧の合計 (Wh) である。静水圧は構造内部で釣り合っているの含まない。地盤等のばね K_g は、 $K_g=K_{gh}$ 、すなわち、フレームモデルに平行な外壁に接する地盤の全せん断ばね、フレームモデルに直交する外壁に抵抗する全直ばねと底版部の地盤の全せん断ばね／杭基礎の杭の全水平ばねの合計 (K_{gh}) である。梁に作用する荷重 $P (=p \times 1.0m \times Le_a)$ は $P=Ph_a$ 又は Ph_p 、すなわち、主働土圧が作用する側は梁の慣性力、動土圧と（動水圧－静水圧）の合計 (Ph_a)、地盤が抵抗する側は梁の慣性力、動水圧と静水圧の合計 (Ph_p) である。動土圧、静水圧と動水圧は配水池



図—2 頂版、底版、側壁の変位



図—3 側壁の荷重

側は梁の慣性力、動水圧と静水圧の合計 (Ph_p) である。動土圧、静水圧と動水圧は配水池

の深さ方向で変化しているから (図—3) 荷重 P も深さにより変化し、したがって、合成直ばね K の値は深さによって変わる。

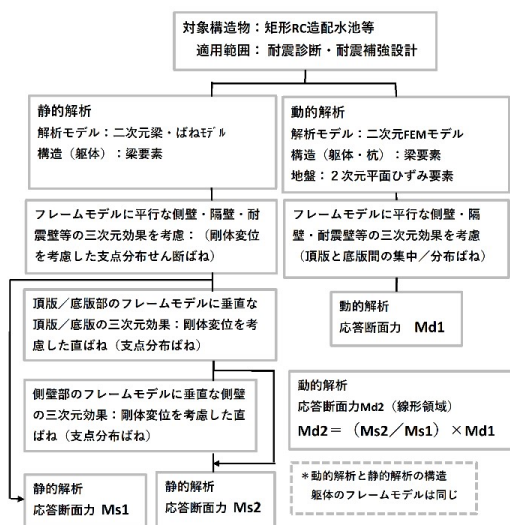
合成直ばね K は単位フレーム長 (1.0m) 当たりのばねであるから分布ばねである。解析計算においては、この分布ばねをフレームモデルに支点分布ばねとしてセットすればよい。フレームモデルの側壁部にセットする分布ばねが深さ方向に変化する場合は梁要素を分割してセットすればよい。このばねは静的解析に適用する。

(3) 動的解析への考慮

二次元 FEM モデル (構造/杭は梁要素、地盤は二次元平面ひずみ要素) を用いた動的解析に頂版等の曲げ抵抗を表す直ばねによる三次元効果を考慮する場合は次のようにする。

ばね Kb を頂版と底版間にセットする場合、頂版と底版で一般に板厚が異なるので、ばね Kb の値も異なる。また、両者の挙動が直接影響し合い実際の挙動と異なってくる。このことは、側壁間にばね Kb をセットする場合も同様である。したがって、ばね Kb をこの動的解析モデルの構造部間にセットすることは困難である。

そこで、まず、ばね Kb を用いた三次元効果を考慮しない二次元フレーム・ばねモデルにより静的解析を行い、応答断面力 Ms1 を求める。次に、ばね Kb を用いた三次元効果を考慮した二次元フレーム・ばねモデルにより静的解析を行い、応答断面力 Ms2 を求める。そして、ばね Kb を用いた三次元効果を考慮しない二次元 FEM モデルにより動的解析を行い、応答断面力 Md1 を求める。この時、静的解析モデルと動的解析モデルの構造躯体の二次元フレームモデルは同じとする。直ばねを用いた三次元効果を考慮したときの二次元 FEM モデルによる動的解析の応答断面力 Md2 は、 $Md2 = (Ms2 / Ms1) \times Md1$ として求める (図—4、表—1)。このとき、構造のモデルは線形領域、すなわち、Ms1、Ms2、Md1 は線形領域になければならない。すなわち、曲げモーメントの場合これらの応答断面力は降伏曲げモーメント My 以下のとき適用する。これらが降伏曲げモーメント My を超えるときは



表—1 動的解析の応答値の求め方

部位	側壁等	頂版/底版	側壁	応答断面力
ばねの種類	せん断ばね	直ばね	直ばね	
静的解析	○			Ms1
	○	○	○	Ms2
動的解析	○			Md1
	$Md2 = Ms2 / Ms1 \times Md1$			Md2

* 静的解析は二次元フレーム・ばねモデル。動的解析は二次元FEMモデル。構造躯体のフレームモデルは静的解析と動的解析で同じ。側壁等のせん断ばねは、静的解析は剛体変位を考慮した支点分布ばね、動的解析は頂版と底版間の集中/分布ばね。静的解析の頂版/底版、側壁の直ばねは剛体変位を考慮した支点分布ばね。線形領域に適用可能。非線形領域に入るときは適用に留意する。

図—4 動的解析の応答値の求め方

その程度に従い留意して適用する。なお、耐震補強後等の照査で動的解析を用いるときは、補強では応答が降伏曲げモーメント M_y 以上にはならない範囲で設計される場合には適用可能である。なお、静的解析、動的解析のフレームモデルには、それに平行な側壁、隔壁、耐震壁等の三次元効果を表すせん断ばね¹⁾ は用いておくものとする。

(4) 計算例

計算対象とした配水池の外寸は、たて 5m×よこ 5m×高さ 4m、側壁厚は 0.3m、底版厚は 0.4m、頂版厚は 0.25m である。基礎形式は直接基礎である。コンクリートの圧縮強度は 24N/mm²、ポアソン比は 0.2、地盤の N 値は側壁部が N=10、底版部が N=25 である。設計水平深度は 0.8、水深は 3.05m、地盤面 (G.L.) は頂版上面と同じ高さにある。この計算例では、梁の支持条件を既述のようにピン支持 ($a=0$ 、 $b=1$) とすれば最も安全側にあるが計算対象配水池の構造サイズから工学的には固定支持 ($a=1$ 、 $b=0$) と考えられるが、安全側に見て $a=0.5$ 、 $b=0.5$ としている。

以下に配水池の躯体の剛体変位を考慮した頂版部の直ばね値の計算例をエクセルの表計算様式で示す。

1 仮想梁の緒元					
長さ	幅	厚さ	断面二次モーメント	ヤング係数	支持位置からの距離
Le	B	t	I	E	x
m	m	m	m ⁴	KN/m ²	m
4.7	1.0	0.25	0.001302	2.5E+07	2.35

入力
巧妙参照入力

2 仮想梁のばねの計算 (等分布荷重)							
固定支持のばね		固定支持の比率	ヒンジ支持のばね		ヒンジ支持の比率	フレームモデル幅	ばね
Rf	1/Rf	a	Rh	1/Rh	b=1-a	Lea	Kb
m/KN	KN/m		m/KN	KN/m		m	KN/m
3.9E-05	25616	0.5	0.000195	5123	0.5	1.0	15370

3 フレームモデル単位長さ (仮想梁幅=1.0m) 当たりの荷重					
仮想梁幅	フレームモデル幅	頂版厚さ	体積	単位体積重量	荷重
B	Lea				Pv
m	m	m	m ³	KN/m ³	KN
1.0	1.0	0.25	0.25	24.5	6.125

4 構造物の全重量 Wv						
長さ	幅	厚さ、高さ	体積	単位体積重量	重量	
m	m	m	m ³	KN/m ³	KN	
5	5	0.25	6.25	24.5	153.1	頂版
3.35	5	0.3	5.025	24.5	123.1	側壁1
3.35	5	0.3	5.025	24.5	123.1	側壁2
3.35	4.4	0.3	4.422	24.5	108.3	側壁3
3.35	4.4	0.3	4.422	24.5	108.3	側壁4
5	5	0.4	10.0	24.5	245.0	底版
4.4	4.4	3.05	59.048	10.0	590.5	水
			合計		1451.5	Wv

5 地盤の鉛直方向のばね Kgv						
長さ	高さ、幅	面積	地盤反力係数	ばね		
L	hg、Le	A	ks、kv	kgv、Kgv	L、Leは外寸	
m	m	m ²	KN/m ³	KN/m		
5	4	20	7381	147620	側壁1	N値10
5	4	20	7381	147620	側壁2	N値10
5	4	20	7381	147620	側壁3	N値10
5	4	20	7381	147620	側壁4	N値10
5	5	25	56574	1414350	底版	N値25
		杭本数	杭1本の鉛直ばね			
		0		0	杭	
		合計		2004830	Kgv	全ばね

6 (1) 剛体変位を考慮した合成分布ばね (Wv/Pvaを用いた場合)					
仮想梁のばね	構造物の全重量	荷重	地盤ばね	合成ばね	合成分布ばね
Kb	Wv	Pva	Kgv	K	K/1.0m
KN/m	KN	KN	KN/m	KN/m	KN/m/m
15370	1451.5	6.125	2004830	5457	5457
$K = (Kb \times Kgv) / ((Wv/Pva) \times Kb + Kgv)$					
(Wv/Pvaは全自重と仮想梁とフレーム交差部の荷重(頂版の交差部面積の自重)の比)					

6 (2) 剛体変位を考慮した合成分布ばね (UrgとUbを数値で求めた場合)							
全重量	地盤鉛直ばね	剛体変位	梁荷重	梁ばね	梁変位	変位合計	合成分布ばね
Wv	Kgv	Urg	Pva	Kb	Ub	U=Urg+Ub	K/1.0m
KN	KN/m	m	KN	KN/m	m	m	KN/m/m
1451.5	2004830	0.000724	6.125	15370	0.000399	0.001123	5457
$K = Pva/U = Pva / (Urg + Ub)$							

3. あとがき

梁の支持位置の実際的回転角と固定支持とピン支持の割合の近似度を向上させたいときは、構造のFEM(有限要素法)の三次元モデルの解析計算結果との比較などにより確認しておくとうい。

三次元効果を考慮していないフレーム・ばねモデルに対して、ここでは、安全側の方法を提案しているが、安全側に用いることは、耐震診断や耐震補強設計においては、解析精度を向上させることにおいて有意義である。安全側に近似するとき、真値と近似値の差は設計の余裕度を表すことになる。耐震補強設計においてはこの余裕度と補強工事の経済性はトレードオフの関係にあり、危機耐性等を考慮して余裕度の程度を決める考え方もある。

【参考文献】

- 1) 「配水池の二次元フレーム・ばねモデルの三次元効果の一手法」
全国上下水道コンサルタント協会、技術報告集(第36号) p7
- 2) 水道施設耐震工法指針・解説 2022年版 II参考資料 p272-277
- 3) 構造力学公式集 土木学会 平成6年 p134、148